

景気循環・技術進歩・資本の耐用期間*

佐 藤 良 一

— 目 次 —

I. 問題

II. モデルの構成

〔1〕失業の存在する場合

〔2〕完全雇用の場合

III. 順調な拡大再生産径路

〔1〕順調な拡大再生産径路の存在条件

〔2〕順調な拡大再生産径路の性質

IV. 運動のパターン — シミュレーション分析 —

〔1〕順調な拡大再生産径路から乖離した時の運動

〔2〕初期 vintage と循環

〔3〕パラメーターの相違と循環

V. 景気循環

VI. 結 語

VII. 数学注

I 問 題

筆者は、さきの論稿⁽¹⁾で、好況期における労働需給逼迫による実質賃金率の上昇→利潤率の低下、蓄積率の低下という因果関連を主軸として景気循環の一

* 本稿は、景気循環論研究会（'82. 11. 20. 於神戸大学）及び月例研究会（'82. 11. 27. 於富山大学）で報告する機会を与えられた。席上、置塩信雄教授をはじめ、諸氏に有益なコメントを頂いた。記して感謝します。言うまでもなくあり得べき誤謬についての責任は筆者に帰するものである。

(1) 拙稿〔6〕参照。

局面である恐慌を説明する考え方⁽⁸⁾の検討を行なった。即ち、資本家の投資が商品市場での需給一致を保証するように受動的に決定され、実質賃金率が労働市場の需給を反映して変動すると考えた場合に、循環が発生しうるか否かという問題を考察した。しかし、そこでは、技術進歩の問題は捨象されていた。ところが、資本主義経済において、技術進歩がなければ、その拡大テンポは長期的には、労働供給増加率に制約されてしまうことになる。この制約をうち破って拡大するには新技術の導入・旧技術の廃棄が不可欠である。そして、この新技術の導入・旧技術の廃棄は、景気循環という運動の中で実現されているわけである。そこで、本稿では技術進歩という要因を考慮に入れて上の問題を考えることを目的とする。景気循環と設備の廃棄の問題も検討するために、分析の形式的用具としては vintage model を用いることにする。

以下、次節ではモデルの構成を行ない、第Ⅲ節では、『順調な拡大再生産経路』の存在条件及びその性質を明らかにする。第Ⅳ節では体系の運動について、若干の数値例でシミュレーションを行なう。第Ⅴ節でこの体系で生みだされる景気循環について検討を加える。

Ⅱ モデルの構成

以下では次のような仮定をおく。

- A 1. 一部門モデル。商品は生産設備としても消費財としても用いられる。
- A 2. 今期据えつけられた設備は次期以後に稼動される。
- A 3. 設備の物的耐用期間は長く、耐用期間中の能率不変、即ち、物的耐用期間が経過したことによる設備の廃棄はおこらない。
- A 4. 每期新技術が導入される。新技術のタイプは、労働生産性を每期一定率で上昇させ、資本係数は変えないもの（Harrod 中立型）とする。
- A 5. 労働者は賃金を金額消費し、資本家の消費はないものとする。
- A 6. 粗利潤をもたらす限り設備は完全稼動され、粗利潤をもたらさなくなっ

(2) 例えば、宇野弘蔵〔5〕。

た時に設備は稼働停止される⁽³⁾。

さて、第 t 期に導入される生産技術は、A 4 より、設備一単位を完全稼働した時に得られる生産量を σ とすれば、 σ は一定である。その設備の労働生産性 p_t は、初期労働生産性を p_0 、生産性の上昇率を c_1 とすれば、

$$p_t = p_0(1+c_1)^t \quad c_1 > 0 \quad \text{const.} \quad (1)$$

であり、また、この設備を稼働するのに必要な労働量を n_t とすると、

$$n_t = \frac{\sigma}{p_t} \quad (2)$$

となる。後述の実質賃金率変動関数から決まる t 期の実質賃金率を w_t とすると、 w_t と t 期に稼働される最古の設備の計画耐用期間 θ_t との間には、A 6 より次の関係が成立している。

$$p_{t-\theta_t}-1 \leq w_t < p_{t-\theta_t} \quad (3)$$

つまり、 $(t-\theta_t)$ 期の据付設備は粗利潤を生むが、 $(t-\theta_t-1)$ 期の据付設備は粗利潤を生まない。(3)をみたす θ_t までの耐用期間の設備をすべて稼働するのに必要な労働量は A 2 より、 s 期の設備据付量を x_s とすれば

$$N_t^d = \sum_{s=t-\theta_t}^{t-1} n_s x_s \quad (4)$$

となる。この N_t^d を計画労働需要量と呼ぶことにする。他方、 t 期の労働供給量は、初期労働供給量を N_0^s 、労働供給増加率を c_2 とすれば、

$$N_t^s = N_0^s(1+c_2)^t \quad c_2 > 0 \quad \text{const.} \quad (5)$$

である。ところで、(4)で決まる N_t^d が(5)で決まる N_t^s を下回る保証は全くない。実現される労働需要量 \tilde{N}_t と N_t^d 、 N_t^s との間には

$$\tilde{N}_t = \text{Min.}[N_t^d, N_t^s] \quad (6)$$

の関係が成立する。

そこで以下では、失業の存在する場合 ($\tilde{N}_t = N_t^d$) と完全雇用の天井にぶつかる場合 ($\tilde{N}_t = N_t^s$) に分けて議論を進めていかなければならない。

(3) 一旦稼働停止された設備であってもその後の経済状態の変化により粗利潤を生むようになった場合には再稼働される。

〔1〕 失業の存在する場合

はじめに、 $\tilde{N}_t = N_t^e$ の場合について考えよう。この場合は労働供給の制約にぶつかることなく、(3)で決まる θ_t 期前までの設備はすべて稼動可能となり、現実に実現される耐用期間 $\tilde{\theta}_t$ は θ_t となる。

$$\tilde{\theta}_t = \theta_t \quad (7)$$

そして、現実に成立する実質賃金率を \tilde{w}_t とすれば、

$$\tilde{w}_t = w_t \quad (8)$$

である。 t 期の設備据付量（新投資）は商品市場の需給が一致するように決定されると想定するから

$$x_t = \sigma \sum_{s=t-\theta_t}^{t-1} x_s - \tilde{w}_t \tilde{N}_t \quad (9)$$

である。ここで粗利潤を生む設備のみが稼動されているから、 x_t は必ず正となる。

最後に実質賃金率は次式に従って変動すると想定する。

$$w_{t+1} = \tilde{w}_t \cdot \left\{ (1+c_1) + c_3 \left(\frac{\tilde{N}_t}{N_t^e} - c_4 \right) \right\} \quad (10)$$

但し $c_3 > 0$, $0 < c_4 < 1$ *const.*

即ち、現実の雇用率が c_4 を上回る時には、実質賃金率は労働生産性上昇率を上回る率で上昇し、現実の雇用率が c_4 に等しい時には、実質賃金率は労働生産性上昇率と同一率で上昇する。そして現実の雇用率が c_4 を下回る時には、その下回る程度が小さく

$$c_4 - \frac{1+c_1}{c_3} \leq \frac{\tilde{N}_t}{N_t^e}$$

であれば、実質賃金率は労働生産性上昇率を下回る率で上昇するか、或いは不変となる。逆に、雇用率がきわめて低く、上の不等式をみたさない場合には、実質賃金率は絶対的に低下することになる。

〔2〕 完全雇用の場合

次に完全雇用の天井にぶつかる場合を考えよう。この場合には、労働供給の制約のために(3)で決まる θ_t 期前までの設備をすべて稼動することはできなく

なる。前期の労働市場の需給の程度を反映して決まった実質賃金率水準のもとで粗利潤を生む労働生産性の設備も稼働できなくなる状況が生まれることになる。このような状況下では資本家間に労働力争奪競争がおり、労働者の立場が相対的に有利になり実質賃金率がさらに上昇することになるであろう。この実質賃金率の上昇により、以前には粗利潤を生んでいた設備も労働生産性の低い設備から順次稼働されなくなり、労働需要量は減少してくる。こうした競争の結果、 N_t^s を上回らない N_t^d をもたらしうようなところまで耐用期間は短くなっていくであろう。そこで一応現実の耐用期間が

$$\sum_{s=t-\bar{\theta}_t}^{t-1} n_s x_s \leq N_t^s < \sum_{s=t-\bar{\theta}_t-1}^{t-1} n_s x_s \quad (11)$$

で決まると考えておく。ところが耐用期間は整数だから(11)の不等式が等号で成立するような $\bar{\theta}_t$ が決まる必然性は何もなく通常は不等号となるであろう。もし不等号で成立すれば、 $\bar{\theta}$ 期前までの設備を稼働す時

$$N_t^s - \sum_{s=t-\bar{\theta}_t}^{t-1} n_s x_s$$

だけの労働が余ることになってしまう。それ故、ここではこの労働を用いて稼働できるところまで $(\bar{\theta}_t+1)$ 期前の設備が稼働されると想定し、労働は完全雇用されると考える。即ち、 $(\bar{\theta}_t+1)$ 期前の設備は、

$$(N_t^s - \sum_{s=t-\bar{\theta}_t}^{t-1} n_s x_s) / (n_{t-\bar{\theta}_t-1} x_{t-\bar{\theta}_t-1}) \quad (12)$$

の割合だけ稼働される。従って、現実に稼働される最古の設備の耐用期間 $\tilde{\theta}_t$ は、

$$\tilde{\theta}_t = \bar{\theta}_t + \text{sgn}[N_t^s - \sum_{s=t-\bar{\theta}_t}^{t-1} n_s x_s] \quad (13)$$

となる。

以上のように当初の計画労働需要量が労働供給量をこえる場合、実質賃金率は資本家間の労働力争奪競争によって上昇していくと考えたわけだが、実質賃金率はどの水準まで上昇していると考えられるであろうか。上述のように労働を使いきるように設備を稼働すれば、稼働される最古の設備の耐用期間は $\tilde{\theta}_t$ である。そして、設備は粗利潤を生む限り稼働されるという基本的想定からすれ

ば、この最古の設備も粗利潤を生んでいなければならない、実質賃金率は少なくともこの最古の設備の労働生産性よりも低くなければならないことになる。ところが、 $\bar{\theta}_t$ が θ_t-1 よりも小さい場合には上のように考えられるが、そうでない場合には問題が生じる。

$\bar{\theta}_t$ が θ_t-1 よりも小さい時には、現実に成立したであろう実質賃金率 \tilde{w}_t は、

$$p_{t-\bar{\theta}_t-1} \leq \tilde{w}_t < p_{t-\bar{\theta}_t}, \quad p_{t-\theta_t} \leq p_{t-\bar{\theta}_t-1} \quad (14)$$

の関係をみたしていると考えられる。この範囲内にあればいいわけであるが、仮に低い方で決まるとすれば、

$$\tilde{w} = p_{t-\bar{\theta}_t-1} \quad (15)$$

である。しかし、(3)より、 $w_t < p_{t-\theta_t}$ だから、 \tilde{w} は必ず w_t よりも高くなる。

次に、 $\bar{\theta}_t$ が θ_t-1 に等しい場合について考えよう。この場合には、 $\bar{\theta}_t$ 期前の設備が部分的に稼動されることになるから、この設備も粗利潤を生むとすれば、現実に成立する実質賃金率は、

$$p_{t-\bar{\theta}_t-1} \leq \tilde{w}_t < p_{t-\bar{\theta}_t} \quad (16)$$

の範囲にあればいいことになるが、この時には $\bar{\theta}_t = \theta_t$ となっているから(16)は

$$p_{t-\theta_t-1} \leq \tilde{w}_t < p_{t-\theta_t} \quad (17)$$

を意味する。ところが、(3)をみればわかるように w_t もこの範囲にある。それ故、上で考えたように \tilde{w}_t が(16)の低い方の労働生産性に等しいと想定すれば、

$$\tilde{w}_t \leq w_t$$

となってしまう。このことは、資本家間の労働力争奪競争の結果、実質賃金率が上昇するという事実と矛盾することになってしまう。従って、現実の実質賃金率が労働生産性の低い方で決まると考えるわけにはいかななくなる。矛盾が生じないためには、 \tilde{w}_t は

$$\text{Max. } [p_{t-\bar{\theta}_t-1}, w_t] < \tilde{w}_t < p_{t-\bar{\theta}_t} \quad (18)$$

の範囲になければならないことになる。以下では、部分的に稼動される最古の設備は粗利潤を生まなくなり、基本的想定 A 6 と相違することになるが、

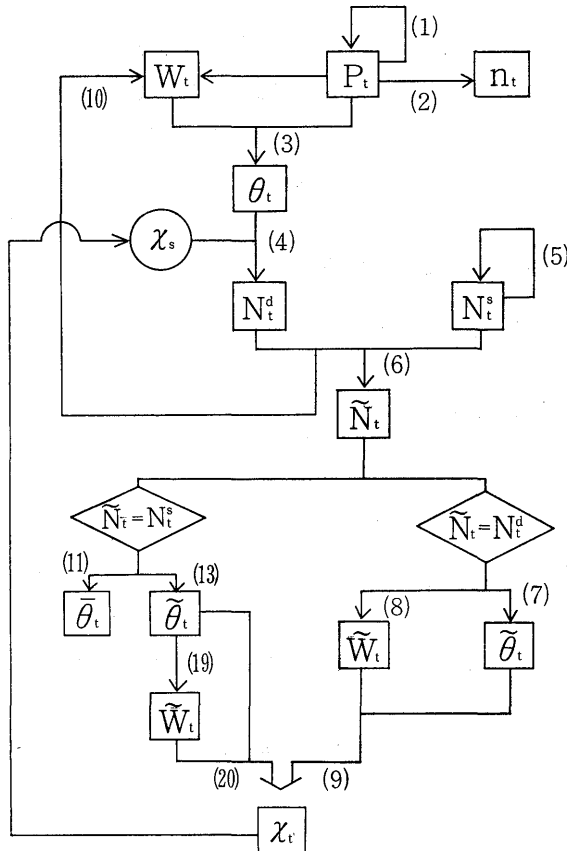
$$\tilde{w}_t = p_t - \bar{\theta}_t \quad (19)$$

で現実の実質賃金率水準が決まると考えることにする。

さて、以上のように耐用期間、実質賃金率が決まるとすれば、 t 期の設備据付量は、商品市場の需給が一致するように決められるから

$$x_t = \sigma \sum_{s=t-\bar{\theta}_t}^{t-1} x_s + \frac{N_t^s - \sum_{s=t-\bar{\theta}_t}^{t-1} n_s x_s}{n_t - \bar{\theta}_t - 1 x_{t-\bar{\theta}_t-1}} \cdot \sigma x_{t-\bar{\theta}_t-1} - \tilde{w}_t \tilde{N}_t \quad (20)$$

となる。



以上の体系で未知数は、 $n_t, p_t, \theta_t, N_t^d, w_t, N_t^s, \tilde{N}_t, \tilde{\theta}_t, \tilde{w}_t, x_t, (\bar{\theta}_t)$ の10 (11) 個である。方程式は、失業の存在する時には(1)~(10)の10本であり、完全雇用の場合には(1)~(6), (10), (11), (13), (19), (20)の11本であり、体系は完結している。パラメーター $\sigma, c_1, c_2, c_3, c_4$, 初期値 p_0, N_0^s, w_0 , 及び初期 vintage x_s が与えられれば、体系の運動を求めることができる。諸変数の決定関係を図示すれば前頁のようになる。

Ⅲ 順調な拡大再生産径路

ここでは、Ⅱの体系で記述される経済で商品市場での需給一致、耐用期間一定、及び失業率一定の三条件が満たされ続ける径路（この径路を『順調な拡大再生産径路』と呼ぶ。）が存在するための条件は、何かについて検討を加える。

〔1〕 順調な拡大再生産径路の存在条件

(1)~(10)から構成される $\tilde{N}_t = N_t^d$ の時の体系は以下の3式に集約しうる。

$$p_0(1+c_1)^{t-\theta_t-1} \leq w_t < p_0(1+c_1)^{t-\theta_t} \quad (21)$$

$$\sigma \sum_{s=t-\theta_t}^{t-1} x_s = w_t \sum_{s=t-\theta_t}^{t-1} n_s x_s + x_t \quad (22)$$

$$w_{t+1} = w_t \left\{ (1+c_1) + c_3 \left(\frac{\sum_{s=t-\theta_t}^{t-1} n_s x_s}{N_0^s (1+c_2)^t} - c_4 \right) \right\} \quad (23)$$

但し

$$\sum_{s=t-\theta_t}^{t-1} n_s x_s = \frac{\sigma}{p_0} \sum_{s=t-\theta_t}^{t-1} (1+c_1)^{-s} x_s \quad (24)$$

ここで、変数は、 w_t, θ_t, x_t であり、初期条件、即ち、 w_0 及び初期 vintage x_s が与えられれば、 w_t, θ_t, x_t の運動は決まる。以下では、上の3条件が満たされ続けるためには、どのような条件を満たさなければならないかを検討する。

さて、上の3条件が満たされ続けるためには、

$$\frac{\sum_{s=t-\theta_t}^{t-1} n_s x_s}{N_0^s (1+c_2)^t} = c \quad c > 0 : const. \quad (25)$$

$$\theta_t = \theta^* > 0 \quad \text{const.} \quad (26)$$

$$\sigma \sum_{s=t-\theta_t}^{t-1} x_s = w_t \sum_{s=t-\theta_t}^{t-1} n_s x_s + x_t \quad (27)$$

が每期成立しなければならない。

まず第一に、耐用期間が θ^* で一定であり続けるためには、(21), (26) より、

$$p_0(1+c_1)^{-\theta^*-1} \leq w_t(1+c_1)^{-t} < p_0(1+c_1)^{-\theta^*} \quad \text{for all } t \quad (28)$$

である。

他方、(23), (25) より、

$$w_t = w_0 \{ (1+c_1) + c_3(c-c_4) \}^t \quad (29)$$

である。(29)を(28)へ代入すると、

$$p_0(1+c_1)^{-\theta^*-1} \leq w_0 \left\{ \frac{(1+c_1) + c_3(c-c_4)}{1+c_1} \right\}^t < p_0(1+c_1)^{-\theta^*} \quad (30)$$

となる。ここで

- (i) $c > c_4$ であれば、(30)の第2項は単調増加になり、仮に初期に(30)が満たされていても、早晚 $p_0(1+c_1)^{-\theta^*}$ をこえてしまい(30)は満たされなくなってしまう。
 - (ii) $c = c_4$ であれば、初期に(30)が満たされていれば、それ以降も満たされ続けることになる。
 - (iii) $c < c_4$ であれば、(30)の第2項は、正值をとりつつゼロに収束するか、或いは、負値をとることになり、(30)の左の不等式が満たされなくなってしまう。
- それ故、耐用期間が一定となるためには、一定となる失業率は、

$$1-c = 1-c_4 \quad (31)$$

でなければならない。この時、(29)より、

$$w_t = w_0(1+c_1)^t \quad (32)$$

である。次に商品市場での需給一致と失業率が $1-c_4$ で一定という条件が満たされ続けるためには、(31), (32)を用いると、

$$\sigma \sum_{s=t-\theta^*}^{t-1} x_s = w_0(1+c_1)^t \sum_{s=t-\theta^*}^{t-1} n_s x_s + x_t \quad (33)$$

$$\frac{\sum_{s=t-\theta^*}^{t-1} n_s x_s}{N_0^s (1+c_2)^t} = c_4 \quad (34)$$

が每期成立しなければならない。(34)を(33)へ代入し、

$$A = c_4 w_0 N_0^s, \quad \alpha = (1+c_1)(1+c_2) \quad (35)$$

とおくと

$$x_t - \sigma(x_{t-1} + x_{t-2} + \cdots + x_{t-\theta^*}) = -A\alpha^t \quad (36)$$

となり θ^* 階の非同次定差方程式を得る。

< a >

(36)の特解を

$$x_t = B\alpha^t \quad (37)$$

とおき(36)へ代入して B を求めると

$$B = \frac{c_4 w_0 N_0^s}{\sigma \sum_{u=1}^{\theta^*} \alpha^{-u} - 1} \quad (38)$$

を得る。そして(34)がみたされるためには、

$$w_0 = \frac{p_0 (\sigma \sum_{u=1}^{\theta^*} \alpha^{-u} - 1)}{\sigma \sum_{u=1}^{\theta^*} (1+c_2)^{-u}} \quad (39)$$

でなければならない。(39)の w_0 を w^* とする。(39)で θ^* は、(30)(31)より

$$p_0 (1+c_1)^{-\theta^*-1} \leq \frac{p_0 (\sigma \sum_{u=1}^{\theta^*} \alpha^{-u} - 1)}{\sigma \sum_{u=1}^{\theta^*} (1+c_2)^{-u}} < p_0 (1+c_1)^{-\theta^*} \quad (40)$$

をみたす整数解である。(40)で θ^* が正の整数解をもつためには、パラメーターの間に

$$\sigma > \alpha - 1 \quad (41)$$

の関係が成立していなければならない。(数学注〔A〕参照。)

< b >

(36)の特性方程式は、

$$f(\lambda) = \lambda^{\theta^*} - \sigma(\lambda^{\theta^*-1} + \lambda^{\theta^*-2} + \cdots + \lambda + 1) = 0 \quad (42)$$

である。(42)の特性根を $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\theta^*}$ とすると、(36)の同次解は

$$\bar{x}_t = \sum_{i=1}^{\theta^*} k_i \lambda_i^t \quad (43)$$

となり、結局(36)の一般解は

$$x_t = \sum_{i=1}^{\theta^*} k_i \lambda_i^t + B\alpha^t \quad (44)$$

となる。(数学注〔B〕参照。) ここで、 k_i は初期条件に依存して決まる任意定数である。初期条件が

$$x_s = B\alpha^s \quad (s=t-1, t-2, \dots, t-\theta^*)$$

で与えられるならば、 $k_1 = k_2 = \dots = k_{\theta^*} = 0$ となり、一般解は(37)になり、〈a〉の場合に帰着する。そこで、初期条件は、上と異なっているとす。 (44)であれば、商品市場の需給一致はみたされるが、失業率が $1-c_1$ で一定となるためには(34)、即ち、

$$\frac{\sigma}{p_0} \sum_{s=t-\theta^*}^{t-1} [(1+c_1)^{-s} \{ \sum_{i=1}^{\theta^*} k_i \lambda_i^s + B\alpha^s \}] = c_1 N_0^s (1+c_2)^t \quad (45)$$

が每期成立しなければならぬ。これを整理すると、

$$\sum_{i=1}^{\theta^*} D_i \left(\frac{\lambda_i}{\alpha} \right)^t = \frac{c_1 p_0 N_0^s}{\sigma} - B \sum_{i=1}^{\theta^*} (1+c_2)^{-i} \quad (46)$$

$$\text{但し } D_i = \frac{\left(\frac{\lambda_1}{1+c_1} \right)^{-1} - \left(\frac{\lambda_i}{1+c_1} \right)^{-\theta^*+1}}{1 - \frac{\lambda_i}{1+c_1}}$$

となるが、右辺は、一定だから、左辺も一定とならなければならない。しかし、(42)は唯一正根と絶対値が1より小なる根をもつから t が大きくなるにつれて左辺は、

$$D_1 \left(\frac{\lambda_1}{\alpha} \right)^t$$

に収束していく。言いかえれば(46)の左辺は不変にとどまりえないということである。

以上の検討から、順調な拡大再生産経路が存在するための条件は、次のよう

になる。

条件 1. パラメーターが(41)の関係をみたす。

条件 2. 初期実質賃金率が(39)の w_0^* である。

条件 3. 初期 vintage が

$$x_s = \frac{c_4 p_0 N_0^s}{\theta^* \sum_{u=1}^{\sigma} (1+c_2)^{-u}} \alpha^s$$

に従って分布している。

逆にもしもパラメーターが(41)の関係をみたしていれば、(40)をみたす正の整数解 θ^* は unique に決まる。そこでその θ^* をもとに w_0 を(39)のように与え、初期 vintage を(37)に従って与えてやれば、順調な拡大再生産径路に沿って運動することになる。

そこで、条件 1 の意味を考えてみよう。設備増加率の上限は σ であるから、労働需要増加率の上限は

$$\frac{1+\sigma}{1+c_1} - 1$$

となる。⁽⁴⁾ それ故、もしも労働供給増加率がこれを下回らない、即ち

$$\sigma \leq \alpha - 1$$

となっていれば、最大率で設備が増加していても、失業が累増していくことになってしまう。従って、この場合には、順調な拡大再生産径路は存在しないことになる。

(4) (27)で $w_t = 0$ とすると

$$x_t = \sigma \sum_{s=t-\theta^*}^{t-1} x_s$$

となる。この定差方程式の特性方程式は(42)となるから、数学注〔B〕の命題が成立する。よって

$$x_t \rightarrow k_1 \lambda_1^t < k_1 (1+\sigma)^t \quad (t \rightarrow \infty)$$

設備増加率の上限は σ となる。設備増加率が σ の時の労働需要増加率は(24)より

$$\hat{N}_t^d = \frac{1+\sigma}{1+c_1} - 1$$

となる。

〔2〕 順調な拡大再生産経路の性質

順調な拡大再生産経路上ではまずその定義から、商品市場の需給は常に一致しており、耐用期間、失業率は一定である。さらに、

- (i) 実質賃金率は労働生産性上昇率と同一率で上昇する。
- (ii) 生産量 ($X_t = \sigma \sum_{s=t-\theta^*}^{t-1} x_s$), 設備据付量は一定率 $\alpha-1$ で増加している。
- (iii) 労働分配率

$$\mu = \frac{w_t \sum_{s=t-\theta^*}^{t-1} n_s x_s}{\sigma \sum_{s=t-\theta^*}^{t-1} x_s} \quad (47)$$

は一定である。

- (iv) 利潤率 r , 資本蓄積率 G

$$r = G = \frac{x_t}{\sum_{s=t-\theta^*}^{t-1} x_s} = \sigma(1-\mu) \quad (48)$$

は一定である。

- (v) 平均耐用期間

- (5) (37)(47)より

$$\mu = 1 - \frac{1}{\sigma \sum_{u=1}^{\theta^*} \alpha^{-u}} = \text{const.}$$

また(47)は

$$\mu = w_t \left/ \left[\frac{\sum_{s=t-\theta^*}^{t-1} \frac{1}{p_0(1+c)^s} x_s}{\sum_{s=t-\theta^*}^{t-1} x_s} \right]^{-1} \right.$$

と書きかえられる。分母は、各設備の労働生産性を各設備が全稼動設備に占める割合をウェイトとして調和平均したものとなっている。そこでこれを「平均労働生産性」と呼べば、(iii)は実質賃金率上昇率と平均労働生産性上昇率が等しいとも言いかえられる。

- (6) (48)の分母は本来総資本量をとるべきである。しかし、本稿では設備の物的耐用期間は無量大と考へ設備の現実的廃棄を考えていないので、総稼動設備量に対する比として利潤率、資本蓄積率を考えることにする。

$$A_{\mu} \cdot \theta_t = \frac{\sum_{s=t-\theta^*}^{t-1} (t-s) \cdot x_s}{\sum_{s=t-\theta^*}^{t-1} x_s} \quad (49)$$

は一定である。⁽⁷⁾

(vi) 設備の分布状態は不変である。

が成立する。

最後に、(41)を満足する範囲でパラメーターが相違した時に、諸変数がどう変化するかをみておこう。得られた結果をまとめると次のようになる。⁽⁸⁾

| | \hat{w}_t | \hat{x}_t, \hat{X}_t | θ^* | r, G | μ |
|----------|-------------|------------------------|------------|--------|-------|
| σ | 0 | 0 | — | + | ± |
| c_1 | + | + | + | ± | ± |
| c_2 | 0 | + | + | ± | ± |

Table 1

Ⅳ 運動のパターン —シミュレーション分析—

第Ⅱ節で構成した体系の解を一般的に求めてその運動をみることは困難なので、以下では若干のシミュレーションを行なった結果を述べることにする。

〔1〕 順調な拡大再生産径路から乖離した時の運動

シミュレーション結果を述べる前に、(41)の条件がみたされない時、景気循環のおこらないことを確認しておく。先に述べたように(41)の条件をパラメーターが満足していない場合には、仮に実質賃金率がゼロとして、設備が最大率で増

(7) (37)(49)より

$$A_{\mu} \cdot \theta_t = \frac{\sum_{u=1}^{\theta^*} u \cdot \alpha^{-u}}{\sum_{u=1}^{\theta^*} \alpha^{-u}} = \frac{\theta^* \alpha^{-\theta^*} - 1}{1 - \alpha} + \frac{1 - \alpha^{-\theta^*+1}}{(1 - \alpha)^2} = const.$$

(8) 数学注〔A〕のFig. 12 からわかるように σ, c_1, c_2 が変化しても変化の程度が小さければ θ^* は変わらない。ここでは、 θ^* が変化する程に σ, c_1, c_2 が変化した時に、どちらの方向に変化するかを示している。

加したとしても労働需要増加率が労働供給増加率を下回ることになってしまう。それ故、当初失業率が $1-c_4$ を下回っていたとしても、失業率は上昇し続けるわけだから、実質賃金率は当初上昇することがあっても、やがて絶対に低下するようになりゼロに収束していく。その間、耐用期間は長くなり続けることになる。こうして、経済は

実質賃金率 $\rightarrow 0$

設備増加率 $\rightarrow \sigma$

失業率 $\rightarrow 1$

耐用期間 $\rightarrow +\infty$

の状態に漸近していくことになる。⁽⁹⁾

そこで、以下では、パラメーターが(41)の条件をみたしているとする。

第Ⅲ節でみたように順調な拡大再生産径路に沿って運動するためには、設備の初期 vintage、初期実質賃金率は特定のものでなければならない。そこで、設備の初期 vintage は、順調な拡大再生産径路のものと同一にして、初期実質賃金率が w_0^* からはずれた場合に体系がどういう運動をするかをみる。今

$$\sigma=0.45, c_1=0.03, c_2=0.02, c_3=0.1, c_4=0.8, p_0=1, N_0^s=1$$

とすると、(39) (40)より

$$\theta^*=15, w_0^*=0.631593$$

となる。設備 vintage は、(37), (38)より

$$\begin{aligned} x_s &= 0.138356 \times \{(1+0.03)(1+0.02)\}^s \\ p_s &= 1 \times (1+0.03)^s \quad (s = -1, -2, -3, \dots, -20) \end{aligned} \quad (50)$$

である。初期 vintage は(50)で与え、初期実質賃金率が w_0^* と異なる場合にどうなるかがここでの問題であるが、計算結果は次の通りであった。

(i) しばらく期間を経過した後、循環解に収束していく。

解の運動の様子を設備の増加率、雇用率、平均耐用期間について図示すると

(9) このケースは、拙稿〔6〕(p. 49) IVの〔2〕に相当する。

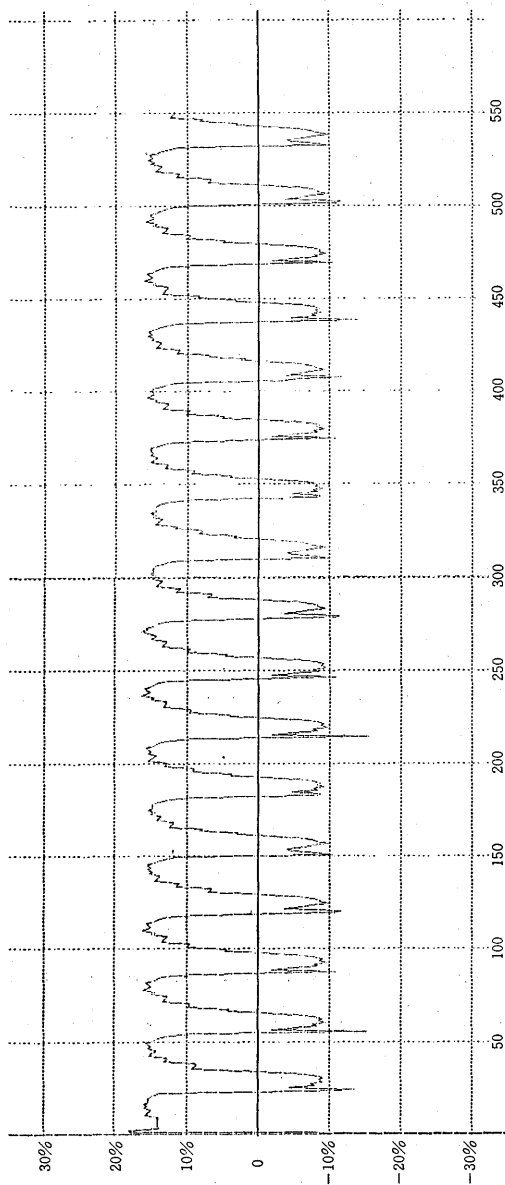


Fig. 1 設備増加率の動き

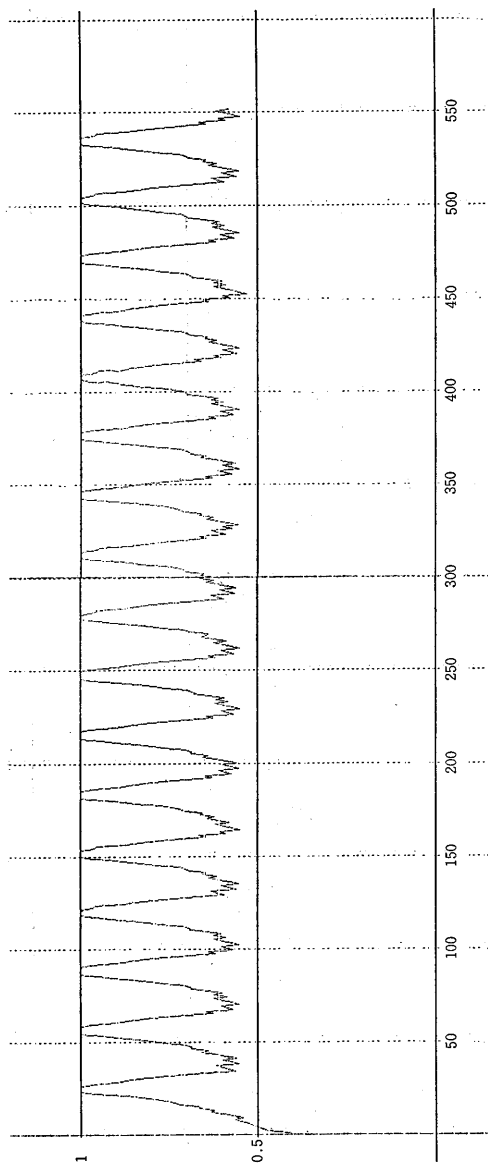


Fig. 2 雇用率の動き

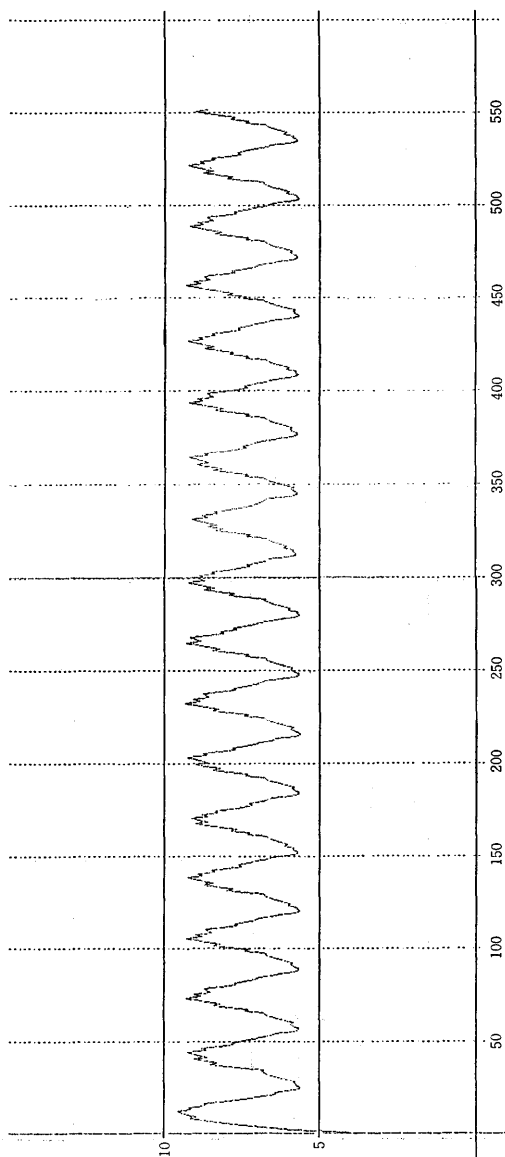


Fig. 3 平均耐用期間の動き

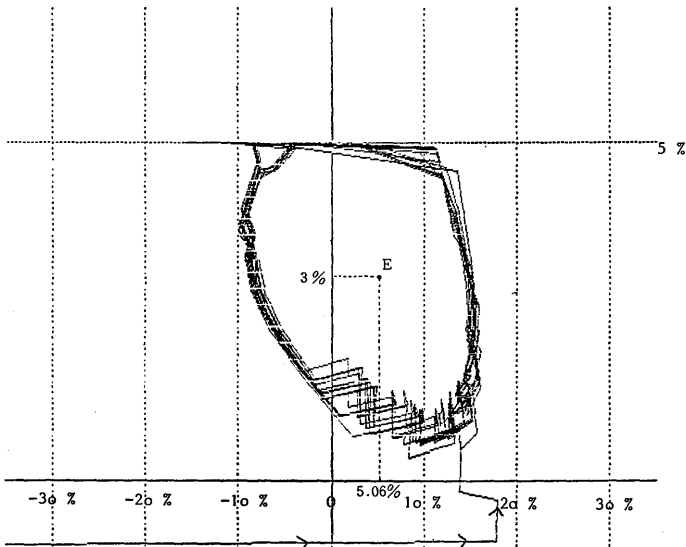


Fig. 4

Fig. 1, 2, 3 のようになる。収束の様子をみるために、横軸に設備増加率、縦軸に実質賃金率の上昇率をとり、各期の点をプロットし、その点を順次結んでいくと、Fig. 4 が得られる。図中の点 E は、順調な拡大再生産径路を表わしている。

(ii) 一循環内で、設備据付量 (x_t) が最大となる期〔景気の頂点〕から最低となる前の期までを下降局面、最低となる期〔景気の底〕から、その前の循環の頂点の設備据付量の水準をこえる前の期までを回復局面、それ以降の頂点を迎える前の期までを上昇局面と名付けることにする。すると、下降局面は11期、回復局面は9期、上昇局面は12期となり、周期は32期となる。

(iii) 一循環内の諸経済変数の変動パターンを図示すると Fig. 5 のようになる。(Table 2 参照。)

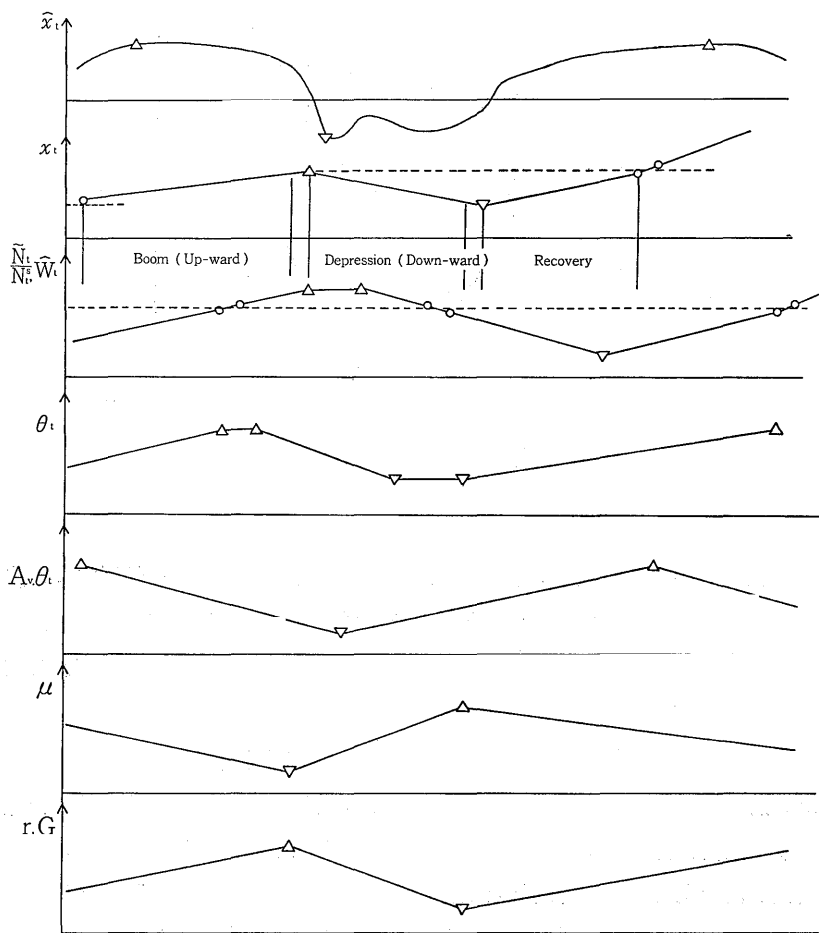


Fig. 5 諸変数の変動パターン

| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) | (9) |
|-----|-----|-----|-------------------|--|------------------|---------|----------|-------|
| 15 | .45 | 32 | 11 9 12 (1.90) | .162 —.155 .151 —.022 (.317— .243) | 9.2 5.7 (3.5) | .88 .67 | .05 .006 | 1 .55 |

- (注) (1) θ^* (2) σ (3) 周期 (4) 下降局面, 回復局面, 上昇局面の各長さ
 ((上昇+回復)/下降) (5) $G \max. Gmin. (Gmax.-Gmin.)$
 (6) $Av. \theta_t \max. Av. \theta_t \min. (Av. \theta_t \max. - Av. \theta_t \min.)$ (7) $\mu \max. \mu \min.$
 (8) $\hat{W}_t \max. \hat{W}_t \min.$ (9) $\frac{\tilde{N}_t}{N_t^s} \max. \frac{\tilde{N}_t}{N_t^s} \min.$

Table 2

〔2〕 初期 vintage と循環

次に, $\sigma, c_1, c_2, c_3, c_4$ のパラメーターは〔1〕と同じで, 初期 vintage が順調な拡大再生産径路に沿って運動するために必要な vintage と異なっている場合に, 経済がどういふ運動をするかを検討する。

初期 vintage としては

$$(i) \quad x_s = 1 \times (1 + 0.04)^s \quad (s = -1, -2, \dots, -20)$$

$$(ii) \quad x_s = 1 \times (1 - 0.03)^s \quad (s = -1, -2, \dots, -20)$$

$$(iv) \quad x_s = 1 \times (1 + 0.02)^s \quad (s = -1, -2, \dots, -9)$$

$$x_s = x_{-9} \times (1 - 0.03)^{s+9} \quad (s = -10, \dots, -20)$$

の3つのケースを与えた。労働生産性については, いずれの場合も

$$p_s = 1 \times (1 + 0.03)^s \quad (s = -1, -2, \dots, -20)$$

とした。

即ち, 設備据付量が, (i)一定率で増加, (ii)一定率で減少, (iv)一定率で減少の後, 一定率で増加という3つのパターンを考え, 過去20期分の vintage を与える。初期実質賃金率は初期に20期前までの設備が粗利潤を生むような水準に与えた。そのように初期実質賃金率を与えれば, すべての設備を稼動するのに必要な初期労働需要量が決まる。そこで, 初期には失業が存在していると想定し, 上で決まる労働需要量を上回る水準を初期労働供給量として与えた。それ

故、(i), (ii), (iii) の 3 つの場合は、初期 vintage と初期労働需給量のみが異なり、その他の条件はすべて同一になっている。

計算結果をまとめると Table 3 のようになる。いずれの場合でもしばらく期間を経た後パラメーターは上と同一で、初期 vintage が順調な拡大再生産経路に沿って運動するために必要な vintage (60式) である場合と同一の循環解に収束していくことになる。従って、最終的に得られる循環解は、初期条件に依存せず、それを規定するのはパラメーターの大きさということになる。

| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) | (9) |
|-------|-----|-----|-------------------|--|------------------|---------|----------|-------|
| (i) | 9 | 32 | 11 9 12 (1.90) | .162 —.155 .151 —.091 (.317— .242) | 9.2 5.7 (3.5) | .88 .67 | .05 .006 | 1 .55 |
| (ii) | 19 | 32 | 11 9 12 (1.90) | .162 —.155 .151 —.092 (.317— .243) | 9.2 5.7 (3.5) | .88 .67 | .05 .006 | 1 .55 |
| (iii) | 13 | 32 | 11 9 12 (1.90) | .162 —.155 .151 —.091 (.317— .242) | 9.2 5.7 (3.5) | .88 .67 | .05 .006 | 1 .55 |

(注) (2) N_0^s (3)~(9): Table 1 に同じ

Table 3

〔3〕 パラメーターの相違と循環

ここでは、初期 vintage、初期労働供給量、初期実質賃金率は同一でパラメーターが相違した場合に循環の周期、各局面の長さ、振幅等がどう変化するかを検討した。

初期 vintage は

$$x_s = 1 \times \{(1+0.03) \cdot (1+0.02)\}^s$$

$$p_s = 1 \times (1+0.05)^s \quad (s = -1, -2, \dots, -20)$$

とし過去20期分与えた。初期実質賃金率は初期に20期前の設備も粗利潤を生むような水準与え、20期前までの設備がすべて稼働されるようにした。初期労働

| | Parameter | | | | (1) | (2) | | | | (3) | | (4) | | (5) | | (6) | | (7) | |
|-------|-----------|-----|-----|-----|-----|--------|--------|--------|--------|-----------------------------|--------------------------|------------------|------------------|-----------|-----------|---------------|---------------|----------------------------|----------------------------|
| | σ | c1 | c2 | c3 | c4 | 周 期 | 下 降 | 回 復 | 上 昇 | g max | g min | Av. θ max | Av. θ min | μ max | μ min | \hat{w} max | \hat{w} min | $\frac{\bar{N}}{N_{\max}}$ | $\frac{\bar{N}}{N_{\min}}$ |
| No.1 | .25 | .03 | .02 | .1 | .8 | 47 | 14 | 9 | 24 | .113 .112 (.180-.152) | -.067 -.040 (.152) | 11.6 | 7.9 | .80 | .56 | .05 | .008 | 1 | .58 |
| No.2 | .15 | .03 | .02 | .1 | .8 | 70 | 4 | 4 | 62 | .088 .087 (.096-.091) | -.008 .004 (.091) | 14.6 | 10.6 | .70 | .43 | .05 | .010 | 1 | .60 |
| No.3 | .35 | .03 | .02 | .1 | .8 | 37 | 12 | 9 | 16 | .139 .130 (.223-.202) | -.084 -.072 (.202) | 10.0 | 6.5 | .85 | .62 | .05 | .006 | 1 | .56 |
| No.4 | .25 | .07 | .02 | .1 | .8 | 50 | 21 | 30 | 30 | .143 .141 (.112-.107) | .034 .031 (.107) | 7.4 | 6.2 | .62 | .41 | .09 | .046 | 1 | .56 |
| No.5 | .25 | .05 | .02 | .1 | .8 | 47 | 3 | 2 | 42 | .132 .131 (.222-.221) | -.09 (.221) | 8.8 | 6.8 | .72 | .46 | .07 | .025 | 1 | .55 |
| No.6 | .25 | .01 | .02 | .1 | .8 | 57 | 31 | | 26 | .046 .041 (.029-.03) | .017 .011 (.03) | 15.9 | 14.6 | .83 | .80 | .0128 | .008 | .82 | .77 |
| No.7 | .25 | .03 | .05 | .1 | .8 | 50 | 3 | 13 | 45 | .146 (.233) | -.067 (.43) | 11.6 | 7.3 | .77 | .44 | .05 | .004 | 1 | .54 |
| No.8 | .25 | .03 | .0 | .1 | .8 | 45 | 15 | 12 | 18 | .094 .088 (.177-.143) | -.083 -.055 (.143) | 11.4 | 8.1 | .82 | .62 | .05 | .011 | 1 | .61 |
| No.9 | .25 | .03 | .02 | .05 | .8 | 56 | 16 | 7 | 33 | .106 .105 (.174-.136) | -.068 -.030 (.136) | 10.8 | 8.0 | .79 | .57 | .04 | .016 | 1 | .52 |
| No.10 | .25 | .03 | .02 | .15 | .8 | 44 | 12 | 8 | 24 | .113 .111 (.173-.163) | -.060 -.052 (.163) | 11.9 | 8.1 | .80 | .57 | .06 | .006 | 1 | .64 |
| No.11 | .25 | .03 | .02 | .2 | .8 | 41 | 4 | 2 | 35 | .095 .091 (.107-.099) | -.012 -.008 (.099) | 10.9 | 8.5 | .76 | .62 | .053 | .013 | .91 | .71 |
| No.12 | .25 | .03 | .02 | .1 | .7 | 50 | 14 | 15 | 21 | .130 .128 (.224-.221) | -.094 -.093 (.221) | 12.7 | 7.4 | .84 | .62 | .06 | .005 | 1 | .45 |
| No.13 | .25 | .03 | .02 | .1 | .9 | 45 | 16 | | 29 | .089 .086 (.092-.085) | -.003 .001 (.085) | 10.6 | 8.6 | .75 | .62 | .04 | .017 | 1 | .76 |

Table 4

働供給量は初期に失業が発生するような水準に与えた。以上のようにしてパラメーター以外はすべて同一の条件にして体系の運動がどう変わるかをみた。得られた結果をまとめると Table 4 のようになる。

そして、Table 4 をもとにパラメーターの相違と得られる循環の周期、振幅の相違に注目して Table 4 を書き改めると Table 5 のようになる。

| | (1) | (2) | (3) | (4) |
|----------|-----|-----|-----|-----|
| σ | — | — | + | — |
| c_1 | ? | + | ? | ? |
| c_2 | + | + | + | + |
| c_3 | — | ? | ? | ? |
| c_4 | — | — | — | — |

- (1) 周期
 (2) (上昇+回復)/下降
 (3) 設備増加率：振幅
 (4) 平均耐用期間：振幅

Table 5

表から読みとれるのは次のようなことである。

- (i) σ , c_3 , c_4 が大きい程、周期は短くなり、 c_2 が大きい程周期は長くなる。
- (ii) (上昇局面の長さ+回復局面の長さ)/(下降局面の長さ)の比は σ , c_4 が大きい程大きくなり、 c_1 , c_2 が大きい程小さくなる。
- (iii) 設備増加率でみた振幅は σ , c_2 が大きい程大きくなり、 c_4 が小さい程大きくなる。
- (iv) 平均耐用期間でみた振幅は、 σ , c_4 が大きい程小さくなり、 c_2 が大きい程大きくなる。
- (v) σ が小 (No. 2), 労働生産性上昇率がある水準より高い, 低い (No. 4, 6), c_4 が高い (No. 13) 場合には, 設備据付量は絶対的に低下することなく循環的成長をしていく可能性がある。

(vi) 労働生産性上昇率がきわめて低い (No.6) 或いは実質賃金率変動関数の反応係数が大きい (No.11) 場合には完全雇用の天井にぶつからない循環を行なう。

以上のシミュレーション分析の結果、パラメーターが(41)の条件をみたしている場合、しばらく期間を経過した後、規則的循環を行ない、その循環は初期条件に依存しないことが明らかになった。完全雇用の天井にぶつかる循環とぶつからない循環の2つのケースが生ずることも示された。

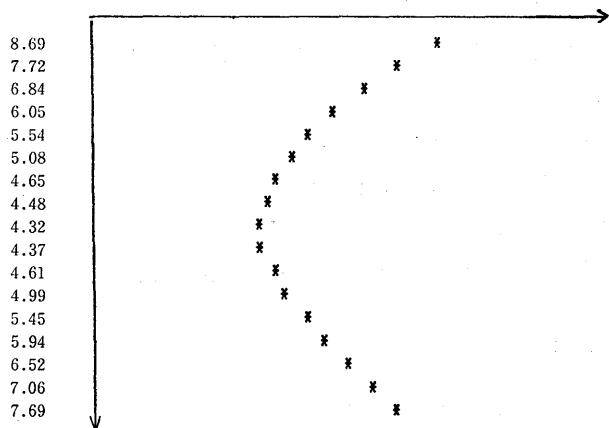
V 景 気 循 環

前節では、シミュレーションにより体系の運動を分析した。その結果をもとにこの体系で生みだされる景気循環について詳しく考察しよう。ここでは、Fig. 5 に示されるように上方では完全雇用の天井にぶつかり、下方では設備据付量が絶対的に低下する景気循環を取り上げることにする。

〈a〉 上 昇 過 程

経済が上昇過程のはじめにあったとする。設備据付量は前の循環のピークをこえ、その増加率も上昇している。設備の分布は Fig. 6 のようになっている。失業率は $1-c_1$ を上回っており、それ故、実質賃金率上昇率は労働生産性上昇率を下回っている。労働分配率、利潤率、資本蓄積率は中位の水準にある。

実質賃金率上昇率が労働生産性上昇率を下回っているため資本の耐用期間は長くなり、他方、設備据付量は増加している。その両者の効果で労働需要は増加していく。その増加率が労働供給増加率を上回るため、失業率は低下していき、実質賃金率上昇率は上昇していく。この間、設備の分布は Fig. 7 のようになっている。つまり、新しい設備の占める割合が段々大きくなっていく。平均耐用期間は、資本の耐用期間と設備の分布の状態に依存して決まるが、資本の耐用期間が長くなり平均耐用期間を長くする効果よりも、設備の分布が新しい設備の占める割合が大きくなり平均耐用期間を短かくする効果の方が大きいために、この間、平均耐用期間は短くなっていく。実質賃金率上昇率は上昇



(注) 横軸は、各設備量の総稼動設備量に占める割合を示す、数値は左に示されている。例えば、一番上の8.69は、1期前の据付設備が総稼動設備量のうち8.69%占めることを示し、次の7.72は2期前の据付設備が7.72%占めることを示している。

Fig. 6

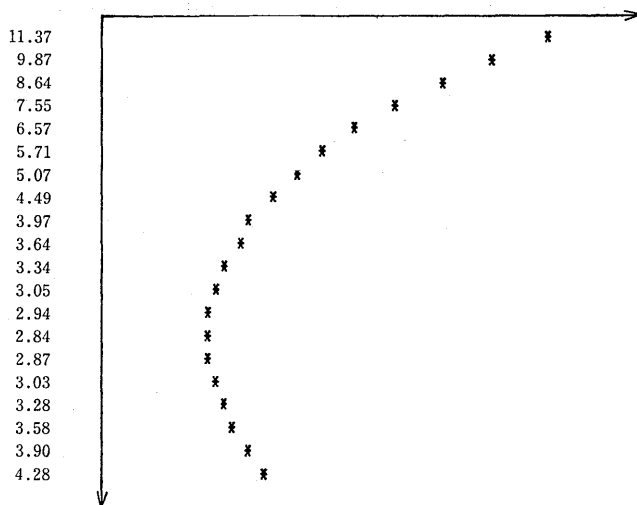


Fig. 7

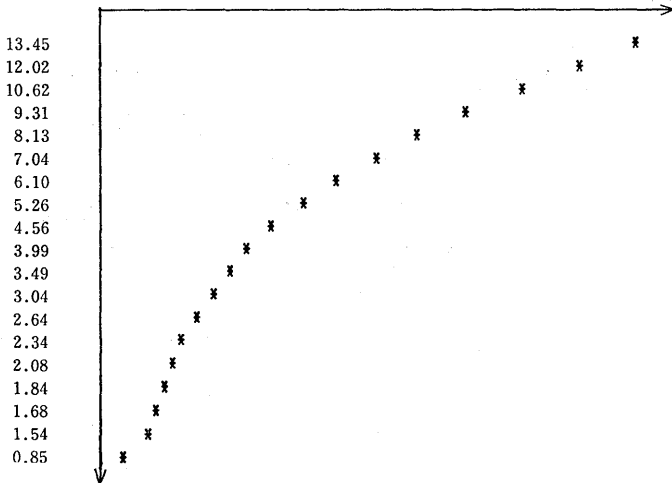


Fig. 8

しているが、労働生産性上昇率をまだ下回っているために、労働分配率は低下し、利潤率、資本蓄積率は上昇していく。こうした状態がしばらく続くと、失業率は $1 - c_1$ を下回るようになる。この時点で、実質賃金率上昇率は、労働生産性上昇率を上回ることになり、資本の耐用期間は長くなるのが止まり、逆転して短くなっていく。設備増加率はピークをこえ低下しているが、プラスであるから、設備据付量は、その増加の程度を低下させながら、絶対量では増加していく。この効果が、資本の耐用期間が短くなることの労働需要に対するマイナス効果よりも大きいために、労働需要はさらに増加し、失業率は低下し、ついには完全雇用の天井にぶつかることになる。この時、実質賃金率は急激に上昇し、設備据付量は、ピークを迎え、設備増加率はマイナスに転じ、それ以後、設備据付量は絶対的に低下することになる（上方転換）。この時には設備の分布は、Fig. 8 のようになっている。平均耐用期間は、資本の耐用期間が短くなる効果と設備の分布が新しい設備の方にかたよる効果により、短くなっている。利潤率、資本蓄積率は、ピークを迎え、下方へ転じ、労働分配

率は底を迎え上方へ転じることになる。

〈b〉 下降過程

実質賃金率上昇率が労働生産性上昇率をこえる高い率となっているので、設備据付量は絶対的に低下していき、それと共に、資本の耐用期間は短くなっていく。この両者の効果により労働需要の増加率は低下して、失業率は上昇していく。このことが、実質賃金率上昇率を低めていくことになる。平均耐用期間は、しばらくは設備の分布が新しい設備の占める割合が大きい状態になっているため短くなっていくが、設備据付量は絶対的に低下しているため、設備の分布が、古い設備の占める割合が大きい状態に移っていき (Fig. 9 参照), この効果が、資本の耐用期間が短くなることの平均耐用期間を短くする効果を上回るようになる。そこで、平均耐用期間は、上方へ転じ長くなっていくことになる。この間、労働分配率は上昇し、利潤率、資本蓄積率は低下していく。

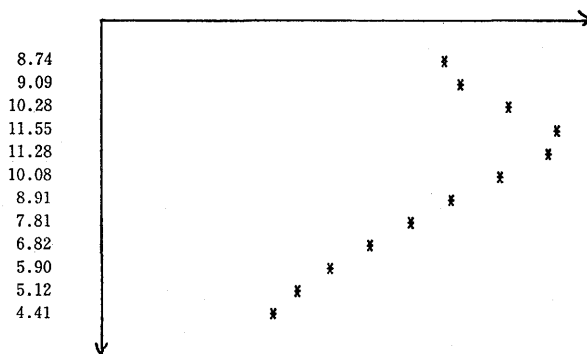


Fig. 9

こうした状態がしばらく続くと、実質賃金率上昇率は労働生産性上昇率を下回るようになる。ここで、資本の耐用期間は短くなるのが止まり、逆転して長くなっていく。そして実質賃金率上昇率が低くなった時、設備増加率はプラスに転じ、設備据付量は底を迎え以後増加していくことになる (下方転換)。労働分配率はピークを迎え、下方へ転じ利潤率、資本蓄積率は底を迎え、上方へ転じることになる。この時の設備の分布の状態は、Fig. 10 のようになっ

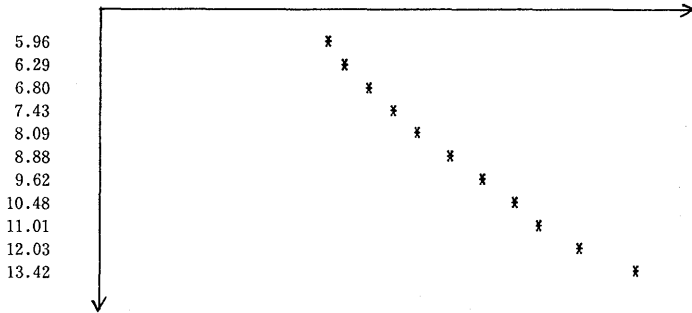


Fig. 10

ている。

〈c〉 回復過程

資本の耐用期間は長くなり、設備据付量は増加しはじめていますので、労働需要は増加していくが、その増加率が労働供給増加率を下回るために失業率はしばらくの間上昇していく。そのことが、実質賃金率上昇率を低くし、設備増加率を上昇させていく。こうして設備据付量が増加していき、資本の耐用期間が長くなっていくと労働需要が増加していき、やがて労働供給増加率を上回るようになり、失業率はピークを迎え、低下に転じるようになる。平均耐用期間は、資本の耐用期間が長くなり、平均耐用期間を長くする効果の方が、設備の

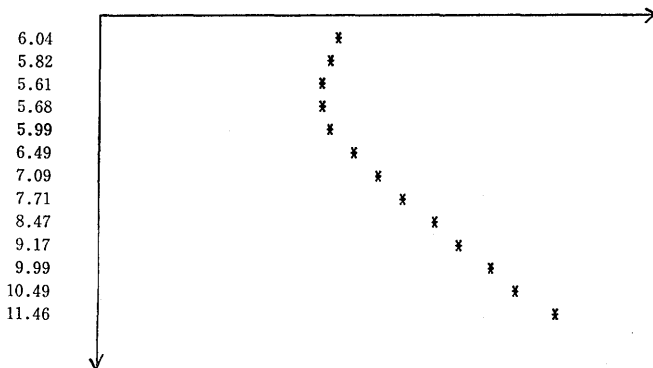


Fig. 11

分布が段々と新しい設備の占める割合が大きくなる状態に移っていき (Fig. 11 参照) 平均耐用期間を短かくする効果よりも大きいので、この間、長くなっていくことになる。また、回復過程で、労働分配率は低下し、利潤率、資本蓄積率は上昇していく。

設備据付量が大きくなり、前の循環のピークをこえるようになると上昇過程に移っていくことになる。

以上のようにして、設備増加率、失業率、実質賃金率上昇率、資本の耐用期間、平均耐用期間、労働分配率、利潤率、資本蓄積率及び設備の分布は、規則的循環を繰り返すことになる。この循環運動の中で、生産量、設備据付量、労働需要量、実質賃金率、等は、循環的成長を行なうことになる。これらの循環的成長を行なう経済量の趨勢的増加率を求めてみると、順調な拡大再生産径路上での増加率に等しくなる。⁽¹⁰⁾ 即ち、経済は、順調な拡大再生産径路をめぐって循環運動を行なっていることになる。こういう意味で、順調な拡大再生産径路は、経済が長期的・平均的に実現する運動径路と考えることができる。

VI 結 語

前節までの分析で明らかになったことをまとめると、まずパラメーターが $\sigma \leq \alpha - 1$ となっている時には順調な拡大再生産径路は存在せず、また、景気循環も発生しないということである。この場合には失業が長期的に累増していくことになり、資本制的生産関係そのものが維持できなくなってしまう。資本制経済が存続しているという事実からすればパラメーターの関係は少なくとも $\sigma > \alpha - 1$ となっていると考えられる。そしてこの場合には順調な拡大再生産径路に沿って運動するためのきびしい条件をみtusする場合を除いて、経済はこの順

(10) 経済量の趨勢的増加率とは次のように定義される。循環の周期が ε とするとある経済量 y_t の趨勢的増加率 r は、

$$y_{t+\varepsilon} = y_t(1+r)^\varepsilon$$

をみtus r である。

調な拡大再生産径路をめぐって循環運動を行なうことになる。

最後に得られた結論の意味とここで展開された体系の問題点について触れておこう。信用の問題を捨象しても、労働市場の需給が実質賃金率の動きを決定すると考え、「労働の需給逼迫による実質賃金率の上昇→利潤率、蓄積率の低下」という関係を主軸にすると規則的景気循環が生みだされることが分析的に示された点に多少なりとも意味があると思われる。

ところで、利潤率、実質賃金率、失業率等は確かに循環運動を行なうのであるが、循環運動をしながら設備据付量が需給一致をもたらしように決定されるが故に商品市場の需給は常に一致している。つまり実質賃金率は労働の需給によって決定され、そうして決まる実質賃金率に対して設備据付量が従属的に決められている。しかし、資本制経済においては資本家の蓄積需要（設備据付量）が独立変数なのであって実質賃金率はそれに従属して決まってくる性格のものであろう。とすれば、設備据付量の決定機構を考えねばならない。考え方としては、資本家の期待耐用期間を考え、それと現実の耐用期間の差が設備増加率を決める（北野〔2〕）、或いは、設備の現実廃棄を考慮に入れ、資本家の期待稼働率と現実の稼働率の差が設備増加率を決める（藤江〔1〕）等がある。北野、藤江の分析は、上方及び下方過程の分析にとどまり、一つの閉じた景気循環モデルになっていない。そこで、設備据付量の決定機構を考えた体系と本稿で展開された体系で生みだされる循環がどう異なってくるのかを検討する必要があるが、これは今後の課題である。

Ⅶ 数 学 注

〔A〕

(40)を書きかえると

$$g(\theta^*) < \frac{1}{\sigma} + \frac{1}{1-\alpha} \leq h(\theta^*) \quad (\text{A-1})$$

但し

$$g(\theta^*) = \frac{(1+c_1)^{-\theta^*}\{(1+c_2)^{-\theta^*}-1\}}{c_2} + \frac{\alpha^{-\theta^*}}{1-\alpha} \quad (\text{A-2})$$

$$h(\theta^*) = \frac{(1+c_1)^{-\theta^*-1}\{(1+c_2)^{-\theta^*}-1\}}{c_2} + \frac{\alpha^{-\theta^*}}{1-\alpha} \quad (\text{A-3})$$

となる。 $g(\theta^*)$, $h(\theta^*)$ は次の性質をもつ。

- (i) $g(\theta^*), h(\theta^*) < 0$ for $\theta^* > 0$
- (ii) $\lim_{\theta^* \rightarrow \infty} g(\theta^*) = \lim_{\theta^* \rightarrow \infty} h(\theta^*) = 0$
- (iii) $g(1) = \frac{1}{1-\alpha}$
- (iv) $g(n+1) > g(n)$, $h(n+1) > h(n)$ n : 整数 > 0
- (v) $h(n) = g(n+1)$

(i) (ii) (iii) 証明略

(iv) (A-2) より

$$g(n+1) - g(n) = -\frac{c_1}{c_2} (1+c_1)^{-n-1} \{1 - (1+c_2)^{-n}\} > 0$$

(A-3) より

$$h(n+1) - h(n) = \frac{c_1(1+c_1)^{-n-1}}{c_2(1+c_1)} \{1 - (1+c_2)^{-n-1}\} > 0$$

(v) 略。

以上より, $g(\theta^*)$, $h(\theta^*)$ は次の図のようになる。

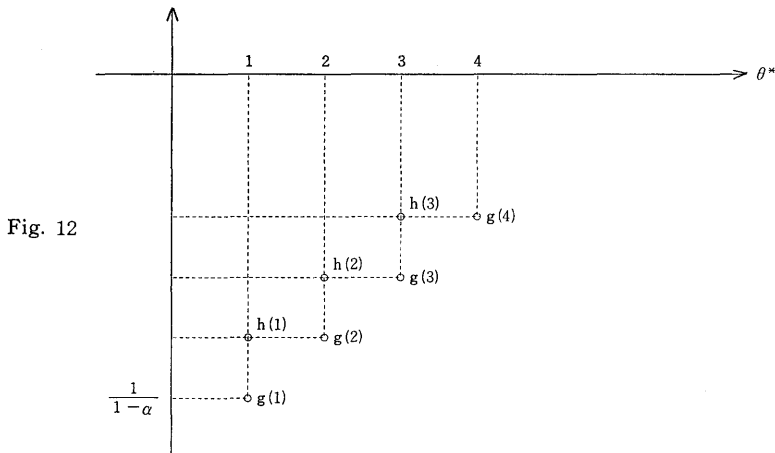


Fig. 12

図から明らかなように、(A-1) が正の整数解 θ^* をもつためには、

$$\frac{1}{1-\alpha} < \frac{1}{\sigma} + \frac{1}{1-\alpha} < 0 \quad (\text{A-4})$$

でなければならない。 $\sigma > 0$ だから、左辺は常にみたされる。

$$\therefore \sigma > \alpha - 1 \quad (\text{A-5})$$

(B)

方程式(4)の特性根については次のことが言える。

- (i) 唯一正根 λ_1 をもつ。
- (ii) 唯一正根 λ_1 について $0 < \lambda_1 < 1 + \sigma$ が成立する。
- (iii) λ_1 以外のすべての特性根の絶対値は 1 よりも小さい。
- (iv) 重根をもたない。
 - (i) $\sigma > 0$ だから Descartes の符号律より正根は唯一である。
 - (ii) $f(1+\sigma) = 1 > 0$ だから、(i)より(iii)が成立。
 - (iii) 置塩〔4〕参照。
 - (iv) 重根 $\bar{\lambda}$ をもつとすれば、 $\bar{\lambda}$ は

$$f(\lambda) = \frac{\lambda^{\theta^*-1}}{1-\lambda} \{ \theta^*(1+\sigma) - (1+\theta^*)\lambda \} = 0 \quad (\text{B-1})$$

の根でなければならない。すると

$$\bar{\lambda} = 0 \text{ or } \bar{\lambda} = \frac{\theta^*(1+\sigma)}{1+\theta^*} > 0$$

でなければならない。しかし $f(0) = -\sigma < 0$ だから $\bar{\lambda} = 0$ は重根になりえない。

また、(i)より正根は唯一であるから $\frac{\theta^*(1+\sigma)}{1+\theta^*}$ も重根にはなりえない。

参 考 文 献

- 〔1〕 藤江昌嗣「不安定性と経済諸量」『六甲台論集』第29巻第3号、1982年
- 〔2〕 北野正一「景気循環における新旧技術の導入と廃棄について」『立命館経済学』第27巻第2号、1979年
- 〔3〕 置塩信雄『蓄積論（第2版）』、筑摩書房、1976年
- 〔4〕 N. Okishio "Durable Equipment and Equilibrium Growth," *Kobe University Economic Review* 1958 (同著、『現代経済学の展開』東洋経済新報社 1978年 所収)
- 〔5〕 宇野弘蔵『恐慌論』岩波書店、1953年
- 〔6〕 拙稿「景気循環発生の一つの可能性」『富大経済論集』第28巻第1号、1982年